Ternaire relaties in ERDs zijn lastig

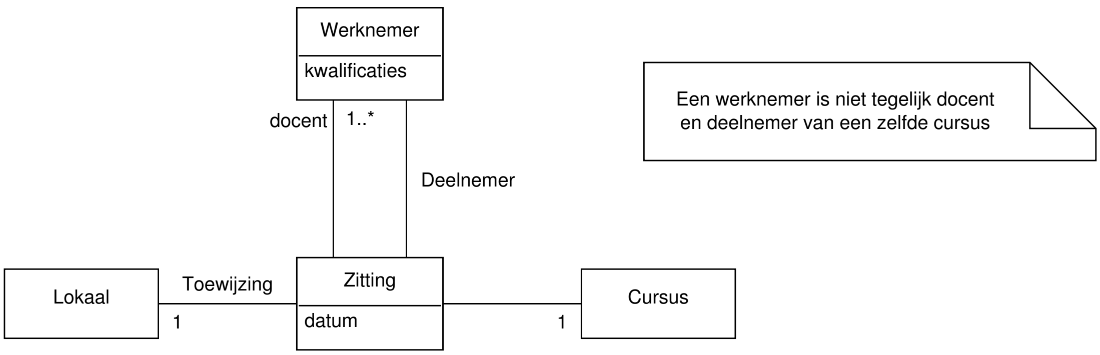
Maarten M. Fokkinga

Versie van 3 juni 2002, 9:54

Inleiding In het afgelopen tentamen OIS (Ontwerpen van Informatiesystemen; 233026) stond onderstaande opgave over ER-modelering. Geen enkele van de twintig studenten had een volledig correcte uitwerking. Maar ook geen enkele van mijn collega's! Ook ikzelf niet. En zelfs de oplossing in het boek *Desing Methods for Reactive Systems* is niet 100% correct. Iedereen heeft natuurlijk wel *iets* goed; maar ja, wat heb je aan een specificatie die fout is?

Hieronder geef ik de opgave zoals die (op een kleine correctie na) op het tentamen gesteld is. Ik daag de lezer uit eerst zelf een tot in details uitgewerkte oplossing te bedenken (en bijhorende argumentatie te geven) *en alternatieven te beschouwen*, alvorens naar het antwoord te kijken. Je zult versteld staan van de valkuilen die zich bij deze ER-modellering voordoen.

Opgave Een bedrijf geeft in-house cursussen aan haar werknemers. De docenten van de cursussen zijn ook werknemer. Het ERD hiervoor ziet er als volgt uit:



Veronderstel nu dat een zitting in verscheidene lokalen tegelijkertijd kan plaats vinden, waarbij er voor iedere zitting één docent per lokaal is.

1. Wijzig het ERD overeenkomstig, en toon de correctheid aan.

Beschouw nu de eigenschap: "Een werknemer doceert niet tegelijkertijd in verscheidene lokalen."

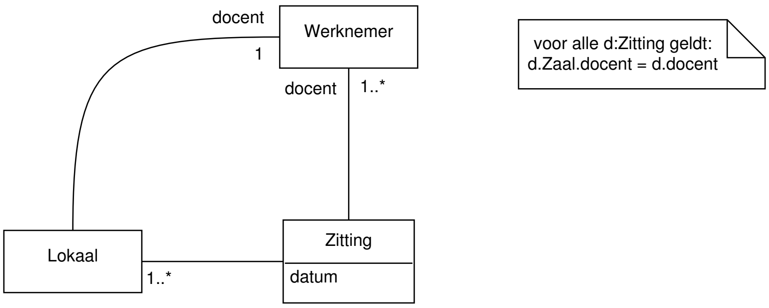
2. Voeg aan uw zojuist gegeven ERD cardinaliteitseigenschappen toe zó dat deze eigenschap zoveel mogelijk wordt weergegeven.
   Wordt de eigenschap *volledig* in uw aangepaste ERD weergegeven? Zo ja, verklaar. Zo nee, geef aan waarom het niet mogelijk is die eigenschap in uw ERD weer te geven met cardinaliteitseigenschappen.

Geef gescheiden uitwerkingen voor opgave 1 en 2.

Antwoord bij opgave 1

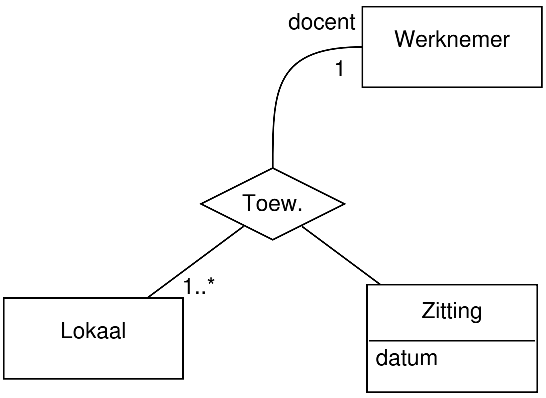
We laten steeds de irrelevante delen weg: attribuut *kwalificaties*, entiteit *Cursus* met bijhorende associatie, associatie *Deelname*, en de aantekening.

A: Foute oplossing Hier is een ERD dat *geen* correcte oplossing is:



Immers, de cardinaliteitseigenschap "1" bij *docent* staat niet toe dat zitting z_1 in lokaal l een andere docent heeft dan zitting z_2 in datzelfde lokaal l. Er wordt niet gevraagd uit te drukken dat er "één docent per lokaal" is, maar "voor iedere zitting één docent per lokaal".

B: Foute oplossing Hier is een ERD dat *geen* correcte oplossing is:

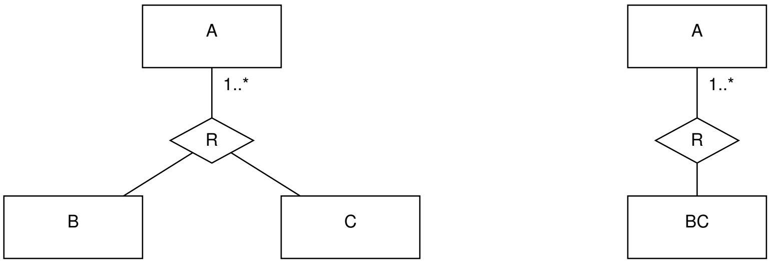


De motivatie voor de cardinaliteitseigenschap 1..∗ bij *Lokaal* is de zinsnede "een zitting kan in verscheidene zalen plaats vinden", met 'verscheidene' geïnterpreteerd als 'minstens 1'. De motivatie voor de eigenschap 1 bij *docent* is de zinsnede "voor iedere zitting is er één docent per lokaal". De cardinaliteitseigenschappen in het diagram zijn fout!

Ten eerste zegt de constraint bij *Lokaal*, zoals in de volgende paragraaf wordt uitgelegd, dat er voor *iedere* zitting z en voor *iedere* werknemer w minstens een lokaal l is zodat $(z, l, w) \in$ *Toew*. Een gevolg hiervan is dat *iedere* zitting gedoceerd wordt door *iedere* werknemer. En dat is niet wat (ik vind dat er) gezegd wordt door de zinsnede "voor iedere zitting is er één docent per lokaal".

Ten tweede impliceert de constraint bij *docent* dat er voor *iedere* zitting z en voor *ieder* lokaal l een werknemer w is zodat $(z, l, w) \in$ *Toew*. Een gevolg hiervan is dat *iedere* zitting in *ieder* lokaal gedoceerd wordt. En ook dat is niet wat gezegd wordt door de zinsnede "voor iedere zitting is er één docent per lokaal".

Cardinaliteiten bij ternaire relaties De fout in de cardinaliteitseigenschappen hierboven komt misschien erg onverwacht. Vor veel personen is de semantiek van cardinaliteiten bij ternaire relaties tegen-intuitief. Bekijk de onderstaande ERDs.



In het linker diagram betekent de constraint $1..*$ dat er voor *iedere* b en *iedere* c minstens een a is met (a, b, c) in R:

$$\forall\, b, c \bullet \quad \exists\, a \bullet \quad (a, b, c) \in R$$

(waarbij we R identificeren met de *extent* van R). Er staat niet dat er voor iedere b en iedere c *die samen in de relatie zitten*, minstens een a is met (a, b, c) in R:

$$\forall\, b, c \mid (\exists\, a \bullet (a, b, c) \in R) \bullet \quad \exists\, a \bullet \quad (a, b, c) \in R \qquad \text{[triviaal waar!]}$$

De reden voor de "onvoorwaardelijke kwantificatie" over b en c is de overeenkomst met de semantiek van cardinaliteiten bij binaire relaties. In het rechter diagram betekent de constraint $1..*$ toch ook:

$$\forall\, bc \bullet \quad \exists\, a \bullet \quad (a, bc) \in R$$

en *niet*:

$$\forall\, bc \mid (\exists\, a \bullet (a, bc) \in R) \bullet \quad \exists\, a \bullet \quad (a, bc) \in R \qquad \text{[triviaal waar!]}$$

want deze bewering zegt helemaal niets, die is trivialiter waar.

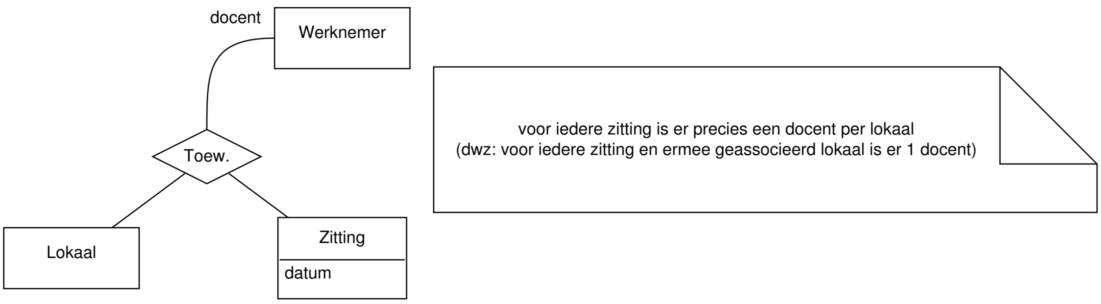
In het standaardwerk *Design Methods for Reactive Systems* staat de semantiek van cardinaliteiten bij ternaire relaties —aan de hand van een voorbeeld en in woorden— correct uitgelegd: pagina 84/85 (sectie 8.2.1). Maar de weergave in natuurlijke taal van de constraint in bovenstaand linker diagram (gevraagd in opgave 8.5.6 op pagina 89 en beantoord in appendix E.8 op pagina 425) suggereert mijns inziens de *foute* semantiek met:

> "A teacher (B) uses at least one book (A) per course (C)."

De "uses ... per course" suggereert, vind ik, "uses ... for each *given* course". Een betere verwoording in natuurlijke taal van de semantiek is mijns inziens:

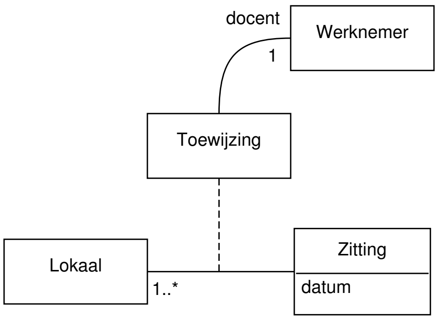
> "A teacher (B) uses at least one book (A) for arbitrary course (C)" of
> "A teacher (B) uses for arbitrary course (C) at least one book (A)" of, als beste,
> "A teacher (B) gives each course (C) using at least one book (A)".

C: Flauwe oplossing Hier is een flauwe oplossing; alle eisen geformuleerd als commentaar bij het diagram:



Het boek *Design Methods for Reactive Systems* geeft deze oplossing, maar vergeet de eis "voor iedere zitting is er één docent per lokaal" te vermelden. Bovendien is er nog een punt van discussie. In de casus was gegeven: "een zitting vindt in één lokaal plaats". In de opgave was hiervan gemaakt: "een zitting kan in verscheidene lokalen plaats vinden". Wanneer we dit interpreteren als "een zitting vindt in minstens één lokaal plaats", dan is ook deze eigenschap niet weergegeven in het diagram.

D: Correcte oplossing Hier is een correcte oplossing:



De cardinaliteitseigenschap 1..∗ bij *Lokaal* zegt:

> "een zitting in verscheidene lokalen tegelijk kan plaats vinden"

Dit werd letterlijk gevraagd, indien we 'verscheidene' interpreteren als 'minstens een'.

De cardinaliteitseigenschap 1 bij *docent* is gegeven door de andere gestelde eis; dat beredeneren we als volgt (met l voor *Lokaal*, z voor *Zitting* en w voor *Werknemer*):

"voor iedere zitting is er één docent per lokaal"

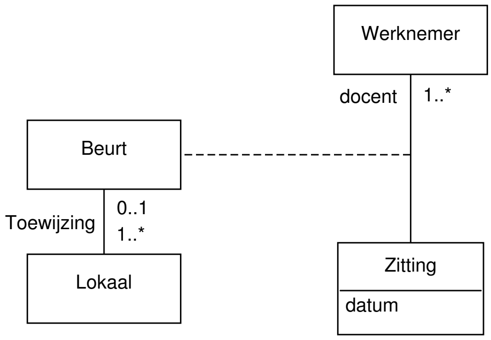
$\Leftrightarrow$ "voor iedere zitting en *ermee geassocieerd* lokaal is er één docent"

$\Leftrightarrow \forall\, l, z \mid (l, z) \in \mathit{Toewijzing} \bullet \quad \exists_1\, w \bullet \quad (l, z) \overset{\mathit{docent}}{\mapsto} w$

$\Leftrightarrow \forall\, lz : \mathit{Toewijzing} \bullet \quad \exists_1\, w \bullet \quad lz \overset{\mathit{docent}}{\mapsto} w$

$\Leftrightarrow$ de cardinaliteitseigenschap 1 bij *docent*

E: Foute oplossing Hier is nog een foute oplossing:



In dit diagram worden de "met een zitting z geassocieerde lokalen" gemodelleerd door:

$$
\begin{aligned}
& z.Beurt.Lokaal \\
& = \bigcup\{w : z.docent \bullet \quad (z, w).Toewijzing\} \\
& = \{w : z.docent;\ l : Lokaal \mid \quad (l, (z, w)) \in Toewijzing \bullet \quad l\} \\
& = \{l : Lokaal \mid \quad (\exists\, w : z.docent \bullet (l, (z, w)) \in Toewijzing) \bullet \quad l\} \\
& = \{l : Lokaal \mid \quad (\exists\, w \bullet (l, (z, w)) \in Toewijzing) \bullet \quad l\}
\end{aligned}
$$

Dus:

l geassocieerd met $z \quad \Leftrightarrow \quad (\exists\, w \bullet (l, (z, w)) \in Toewijzing)$

We kunnen nu de gevraagde eigenschappen aantonen. Ten eerste:

"een zitting kan in verscheidene lokalen plaats vinden"
$\Leftrightarrow$ "iedere zitting is met minstens een lokaal geassocieerd"
$\Leftrightarrow \forall\, z \bullet \quad \exists\, l \bullet \quad (\exists\, w \bullet (l, (z, w)) \in Toewijzing)$
$\Leftrightarrow \forall\, z \bullet \quad \exists\, l, w \bullet \quad (l, (z, w)) \in Toewijzing$
$\Leftrightarrow true$ [cardinaliteiten 1..$*$ bij *docent* en *Lokaal*]

Ook de eis "voor iedere zitting is er precies één docent per lokaal" is vervuld. We tonen eerst de bewering met 'minstens één' aan:

"voor iedere zitting is er minstens één docent per lokaal"
$\Leftrightarrow$ "voor iedere zitting en *ermee geassocieerd* lokaal is er een docent"
$\Leftrightarrow \forall\, z, l \mid \quad (\exists\, w \bullet (l, (z, w) \in Toewijzing) \bullet \quad \exists\, w \bullet (l, (z, w)) \in Toewijzing$
$\Leftrightarrow \forall\, z, l \bullet \quad (\exists\, w \bullet (l, (z, w) \in Toewijzing) \Rightarrow \quad \exists\, w \bullet (l, (z, w)) \in Toewijzing$
$\Leftrightarrow true$

En nu de bewering met 'hoogstens één':

"voor iedere zitting is er hoogstens één docent per lokaal"
$\Leftrightarrow$ "voor iedere zitting en *ermee geassocieerd* lokaal is er hoogstens één docent"
!! $\Leftarrow$ "voor iedere zitting en lokaal is er hoogstens één docent"
$\Leftrightarrow \forall\, z, l \bullet \forall\, w_1, w_2 \bullet (l, (z, w_1)), (l, (z, w_2)) \in Toewijzing \Rightarrow w_1 = w_2$

$\Leftrightarrow \forall\, l \bullet \forall\, z, w_1, w_2 \bullet (l,(z,w_1)),(l,(z,w_2)) \in \mathit{Toewijzing} \Rightarrow w_1 = w_2$

!! $\Leftarrow \forall\, l \bullet \forall\, z_1, w_1, z_2, w_2 \bullet (l,(z_1,w_1)),(l,(z_2,w_2)) \in \mathit{Toewijzing} \Rightarrow (z_1,w_1) = (z_2,w_2)$

$\Leftrightarrow$ cardinaliteitseigenschap 0..1 bij *Beurt*

Dus met 0..1 bij *Beurt* zijn beide eisen vervuld, maar —helaas— de eis 0..1 bij *Beurt* is té sterk:

cardinaliteitseigenschap 0..1 bij *Beurt*

$\Leftrightarrow \forall\, l \bullet \forall\, z_1, w_1, z_2, w_2 \bullet \quad (l,(z_1,w_1)),(l,(z_2,w_2)) \in \mathit{Toewijzing} \Rightarrow (z_1,w_1) = (z_2,w_2)$

$\Rightarrow \forall\, l \bullet \forall\, z_1, w_1, z_2, w_2 \bullet \quad (l,(z_1,w_1)),(l,(z_2,w_2)) \in \mathit{Toewijzing} \Rightarrow z_1 = z_2$

$\Rightarrow \forall\, l \bullet \forall\, z_1, z_2, w \bullet \quad (l,(z_1,w)),(l,(z_2,w)) \in \mathit{Toewijzing} \Rightarrow z_1 = z_2$

$\Leftrightarrow \forall\, l \bullet \forall\, z_1, z_2 \bullet \quad (\exists\, w \bullet (l,(z_1,w)),(l,(z_2,w)) \in \mathit{Toewijzing}) \quad \Rightarrow \quad z_1 = z_2$

$\Leftrightarrow$ "ieder lokaal wordt voor hoogstens één zitting gebruikt"

En dat is een te sterke eigenschap; die was niet gegeven.

Antwoord bij opgave 2

We moeten nu de eis "een werknemer doceert niet tegelijkertijd in verscheidene lokalen" zoveel mogelijk met cardinaliteiten uitdrukken. Daarvoor moeten we kwantificeren over zittingen die tegelijkertijd plaats vinden, dus —mijns inziens— over zittingen met dezelfde datum. Met cardinaliteiten kunnen we geen condities opleggen zoals 'met dezelfde datum'. Dus *een volledige modellering van de eis is niet mogelijk met louter cardinaliteiten.* We kunnen wel de volgende, zwakkere, eigenschap proberen te modeleren met louter cardinaliteieten:

"een werknemer doceert niet in één zitting in verscheidene lokalen"

Dit is een noodzakelijke maar niet voldoende voorwaarde, want:

"een werknemer doceert niet tegelijkertijd in verscheidene lokalen"

$\Leftrightarrow$ "een werknemer doceert niet in twee gelijktijdige zittingen in verschillende lokalen"

!! $\Rightarrow$ "een werknemer doceert niet in één zitting in verschillende lokalen"

De implicatie terug geldt niet: er kunnen best verschillende zittingen zijn met eenzelfde datum. Attribuut *datum* is geen sleutel (identificatie) van *Zitting*.

Ad B. Hoewel het diagram fout is als oplossing voor de eerste vraag, kan de zwakkere eis van de tweede vraag er wel in worden weergegeven:

"een werknemer doceert niet in één zitting in verschillende lokalen"

$\Leftrightarrow$ "een werknemer doceert niet in 'n *ermee geassocieerde* zitting in verschillende lokalen"

$\Leftrightarrow \forall\, w \bullet \quad \neg\, \exists\, z, l_1, l_2 \mid \quad (\exists\, l \bullet (z,l,w) \in \mathit{Toew}) \bullet$
$\quad (l_1,z,w) \in \mathit{Toewijzing} \wedge (l_2,z,w) \in \mathit{Toewijzing} \wedge l_1 \neq l_2$

$\Leftrightarrow \forall\, w \bullet \quad \neg\, \exists\, z, l_1, l_2 \bullet$
$\quad (l_1,z,w) \in \mathit{Toew} \wedge (l_2,z,w) \in \mathit{Toew} \wedge l_1 \neq l_2$

$\Leftrightarrow \forall\, w, z, l_1, l_2 \bullet \quad (l_1, z, w) \in \mathit{Toew} \wedge (l_2, z, w) \in \mathit{Toew} \Rightarrow l_1 = l_2$
$\Leftrightarrow$ cardinaliteitseigenschap ≤ 1 bij *Lokaal*

De tweede regel is misschien overbodig; dat hangt van je interpretatie van de eerste regel af, maar maakt uiteindelijk geen verschil omdat je dan, met die interpretatie, van de eerste regel direct op de derde komt.

Ad C. In de flauwe oplossing kan net als hierboven in oplossing B de zwakkere eigenschap wel worden weergegeven:

cardinaliteitseigenschap ≤ 1 bij *Lokaal*

Ad D. In de correcte oplossing D kan de zwakkere eigenschap niet worden weergegeven door louter cardinaliteitseigenschappen toe te voegen:

De associatie tussen *Lokaal* en *Zitting* mag niet verder beperkt worden.
Een *werknemer* moet voor meerdere lokaal-zitting combinaties docent kunnen zijn.

Dus op de posities bij *Lokaal* en *Zitting* en *Toewijzing* mag de cardinaliteit niet wijzigen.

Ad E. Hoewel het diagram fout is als oplossing voor de eerste vraag, kan de zwakkere eis van de tweede vraag er wel in worden weergegeven:

"een werknemer doceert niet in één zitting in verschillende lokalen"
$\Leftrightarrow$ "een werknemer doceert niet in 'n *ermee geassocieerde* zitting in verschillende lokalen"
$\Leftrightarrow \forall\, w \bullet \quad \neg\, \exists\, z, l_1, l_2 \mid \quad (z, w) \in \mathit{Beurt} \bullet$
$\qquad (l_1, (z, w)) \in \mathit{Toewijzing} \wedge (l_2, (z, w)) \in \mathit{Toewijzing} \wedge l_1 \neq l_2$
$\Leftrightarrow \forall\, w \bullet \quad \neg\, \exists\, z, l_1, l_2 \bullet$
$\qquad (l_1, (z, w)) \in \mathit{Toewijzing} \wedge (l_2, (z, w)) \in \mathit{Toewijzing} \wedge l_1 \neq l_2$
$\Leftrightarrow \forall\, w, z, l_1, l_2 \bullet \quad (l_1, (z, w)) \in \mathit{Toewijzing} \wedge (l_2, (z, w)) \in \mathit{Toewijzing} \Rightarrow l_1 = l_2$
$\Leftrightarrow$ cardinaliteitseigenschap ≤ 1 bij *Lokaal*

De tweede regel is misschien overbodig; dat hangt van je interpretatie van de eerste regel af. De 'implicatie terug' in de derde equivalentie berust op het feit dat '$(..., (z, w)) \in \mathit{Toewijzing}$ impliceert dat $(z, w) \in \mathit{Beurt}$.

In oplossing E stond al de cardinaliteitseigenschap $\geq$1 bij *Lokaal*; daar komt nu dus $\leq$1 bij. Dat geeft samen =1: precies één.

Dankwoord. Ik had niet tot deze analyse kunnen komen zonder de besprekingen met (en de ingeleverde oplossingen van) Henk Blanken, Pascal van Eck, David Jansen en Rik Eshuis.